

معادلات گویا

معادلاتی که تمامی عبارت های صورت و مخرج چند جمله ای باشند و حداقل در یکی از مخرج ها ، مجهول داشته باشیم . مثل :

$$\frac{3x+2}{x} = \frac{x+4}{3}$$



♥♥ روش حل معادلات گویا ♥♥

قدم اول : منتقل کردن تمامی عبارت ها به یک سمت تساوی (به صورتی که یک عبارت مابقی صفر حاصل شود).

قدم دوم : گرفتن مخرج مشترک و ساده کردن ، برای رسیدن به یک کسر که مابقی صفر شده است .

قدم سوم : صورت کسر را مابقی صفر قرار دهید و آن را حل کنید و ریشه ها را به دست بیاورید .

قدم آخر : هر ریشه ای که بدست آورید را به جای x های مخرج قرار دهید ، هر کدام که مخرج را صفر نکرد قابل قبول است .

حالا با توجه به این چهار قدم که خیلی خوب باید یادتان باشد به سراغ حل تست ها میرویم .

😊 تست ۱ 😊

معادله $\frac{1}{x-1} + \frac{x}{10} = \frac{x+1}{2x-2}$ ، چند ریشه حقیقی دارد ؟

۴ ریشه ندارد

۳

۲

۱

قب بچه ها با توجه به اون روش حل که در چهار قدم بهتون گفتیم شروع میکنیم تست رو حل کردن .

$$\frac{1}{x-1} + \frac{x}{10} = \frac{x+1}{2x-2} \xrightarrow{\text{قدم اول}} \frac{1}{x-1} + \frac{x}{10} - \frac{x+1}{2x-2} = 0$$

$$\xrightarrow{\text{قدم دوم}} \frac{10 + x(x-1) - 5(x+1)}{10(x-1)} = 0 \Rightarrow \frac{x^2 - x + 10 - 5x - 5}{10(x-1)} = 0$$

$$\xrightarrow{\text{قدم سوم}} \frac{x^2 - 6x + 5}{10(x-1)} = 0 \Rightarrow x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow x = 1, x = 5$$

\checkmark تعداد ریشه = یکی \Rightarrow فقط $x = 5$ ، مخرج را صفر نمیکند $\xrightarrow{\text{قدم آخر}}$



♥♥ ایستگاه نکته لیمویی ♥♥



زمانی که مخرج ها عبارت های درجه ۱ دو و یک هستند بهتر است اول تمام مخرج ها را در صورت امکان ، با اتحاد ها تجزیه کنیم یا فاکتور گیری انجام دهیم . بعد بین مخرج های حاصل ، مخرج مشترک میگیریم . برای گرفتن مخرج مشترک در این گونه مسائل در بین چندین عبارت جبری موجود ، عبارت های مشترک با توان بیشتر را انتخاب کنید و تمام عبارت های غیر مشترک را هم بردارید و همگی را در هم ضرب کنید .

تست ۲ 😊

// احتمالی ۹۹ // معادله $\frac{2}{(x+1)^2} - \frac{2}{x+1} = -\frac{1}{x^2+1}$ چند جواب دارد؟

۴ جواب ندارد

۱۳

۲۲

۳۱

فب بچه ها با توجه به اون روش حل که در چهار قدم بهتون گفتیم شروع میکنیم تست رو حل کردن .

$$\frac{2}{(x+1)^2} - \frac{2}{x+1} = -\frac{1}{x^2+1} \xrightarrow{\text{قدم اول}} \frac{2}{(x+1)^2} - \frac{2}{x+1} + \frac{1}{x^2+1} = 0$$

$$\xrightarrow{\text{قدم دوم}} \frac{2}{(x+1)^2} - \frac{2}{x+1} + \frac{1}{(x+1)(x^2-x+1)} = 0 \xrightarrow{\text{حالا باید مخرج مشترک بگیریم}}$$

$$\xrightarrow{\text{قدم سوم}} \frac{2(x^2-x+1) - 2(x+1)(x^2-x+1) + (x+1)}{(x+1)^2(x^2-x+1)}$$

$$\xrightarrow{\text{قدم آخر}} 2(x^2-x+1) - 2(x+1)(x^2-x+1) + (x+1) = 0 \implies 2x^3 - 2x^2 + x - 1 = 0$$

$$\implies (x-1)(2x^2+1) = 0$$

معادله $2x^2 + 1 = 0$ جواب ندارد ، پس $x = 1$ تنها جواب معادله هست .تعداد ریشه = یکی 

♥♥ ایستگاه نکته های ریز لیمویی ♥♥

~~✍~~ زمانی که در حل معادله خواستید عبارتی را از دو طرف تساوی ساده کنید و آن را خط بزنید ، **حواستون باشه** ، چون باید عبارت را مساوی صفر قرار بدهید و ریشه اش را به عنوان یکی از جواب های معادله اعلام کنید .

~~✍~~ زمانی که میخواهید عبارتی را از دو طرف تساوی خط بزنید ، اگر در مخرج قرار داشته ، به راحتی ساده کنید و ریشه اش هم **قطعاً قابل قبول نیست** .

~~✍~~ اگر تست بگوید $x = k$ ریشه ی معادله ای است ، یعنی این عدد در معادله صدق می کند .

♥♥ معادلات گویا در قالب مسئله ♥♥

در سوالات معادله ی گویا ممکن است با ظاهری متفاوت رو به رو شوید . سوال می تواند در مورد عملکرد پند کارگر ، شیر آب ، نقاش و یا حرکت قطار و میانگین اعداد و این ها باشد . برای حل این مدل سوالات لازم است پند نکته را بدانید:

نکته ۱: وقتی متحرک مسافت d را با سرعت v می پیماید، این حرکت به اندازه $t = \frac{d}{v}$ طول می کشد .

نکته ۲: وقتی یک فرد کاری را در n روز انجام می دهد ، همیشه نتیجه می گیریم که در یک روز $\frac{1}{n}$ کار را انجام می دهد .

نکته ۳: میانگین اعداد برابر است با مجموع آنها تقسیم بر تعداد آنهاست .

نکته ۴: متطبیق به طول x و عرض y که نسبت طول به عرض آن $\frac{x}{y} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ باشد را متطبیق طلایی گویند .

😊 تست ۳ 😊

یک استاد نقاش ساختمانی را ۲۰ روز زودتر از همکاری تمام می کند. اگر او و همکاری با هم کار کنند نقاشی ساختمان ۲۴ روز طول میکشد. همکاری استاد به تنهایی این کار رو چند روزه تمام می کند؟

۳۶(۴)

۳۰(۳)

۴۰(۲)

۶۰(۱)



فب فرض کنیم همکاری در x روز تمام می کند . پس استاد در $x - 20$ روز کار را تمام می کند.

پس در یک روز همکاری $\frac{1}{x}$ و استاد $\frac{1}{x-20}$ از کار را انجام می دهد.

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-20} = \frac{1}{24} \xrightarrow{\text{مخرج مشترک}} \frac{24x(x-20)}{24x(x-20)} \rightarrow 24(x-20) + 24x = x(x-20) \Rightarrow 24x - 480 + 24x = x^2 - 20x$$

$$\rightarrow x^2 - 68x + 480 = 0 \Rightarrow (x-8)(x-60) = 0 \Rightarrow x=8, \quad x=60 \quad \boxed{\text{گزینه ۱}}$$